

DYNAMICKÝ MODEL UNIVERZÁLNEHO MOTORA NAPÁJANÉHO HARMONICKÝM NAPÄTÍM

DYNAMIC MODEL OF THE UNIVERSAL MOTOR SUPPLIED BY A HARMONIC VOLTAGE

Pavel Záskalický*, Ján Dupej**

*Technická univerzita v Košiciach, Katedra elektrotechniky, mechatroniky a priemyselného inžinierstva, FEI, Letná 9, 04001 Košice, Slovensko

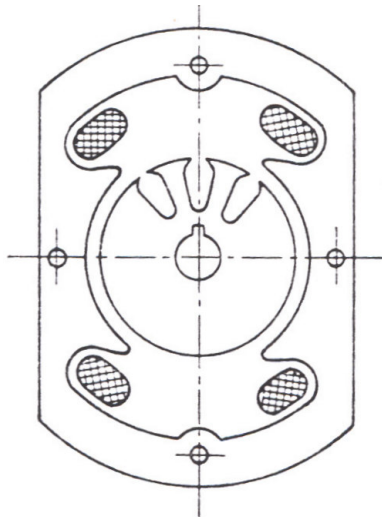
**BSH Drives and Pump, Továrnská 2, 07190 Michalovce, Slovensko.

Abstrakt Náplňou predkladaného článku je dynamický model univerzálneho motora, ktorý bol zostavený na základe nameraných hodnôt konkrétneho stroja. Predpokladáme, že motor je napájaný harmonickým napätím a že pracuje v otvorenej regulačnej slučke. Na základe rovníc matematického modelu bol zostavený dynamický model za pomoci simulačného programu Matlab-Simulink. Model umožňuje určiť priebehy rýchlosti, prúdu a momentu pre rôzne prevádzkové stavy motora. Indukované napätie stroja je vypočítané s uvažovaním saturácie magnetického obvodu a reakcie kotvy.

Summary In present article a dynamic model of universal motors, based on the measured data is developed. Suppose that the supply voltage is harmonic and motor operate in open circuit loop. After representing of the mathematical model a simulation model based on the Matlab-Simulink is derived; this allows for the determination of the waveforms of the speed current and torque of the machine for different state operation. Induced voltage of the rotor is determined as a function of the magnetic core saturation and of the armature reaction.

1. ÚVOD

Univerzálny motor aj napriek svojim nevýhodám patrí k najpoužívanejšiemu elektrickému stroju v domácich zariadeniach, ale aj ručných dielenských nástrojoch. Pre svoje výborné regulačné vlastnosti je nasadzovaný ako pohonný motor práčok, ale aj profesionálnych mixérov alebo mlynčekov.



Obr. 1. Rez univerzálnym motorom..

Fig.1. Section of a two-pole universal motor.

Univerzálnosť motora je daná možnosťou napájania jednosmerným ale aj striedavým napätím. V domácich zariadeniach sa takýto motor napája skoro výlučne striedavým napätím. Rýchlosť motora sa v oboch prípadoch riadi veľkosťou napätia.

Na obrázku 1. je uvedený rez dvojpólovým univerzálnym motorom.

Medzi hlavné výhody tohto motora patrí:

- Hospodárna a plynulá regulácia rýchlosti v širokých oblastiach;
- Ľahký rozbeh, veľký záberový moment a relatívne malý záberový prúd;
- Dobrý účinník;
- Veľkú momentovú preťažiteľnosť danú sériovým charakterom momentovej charakteristiky;

Medzi nevýhody môžeme zaradiť:

- V porovnaní s indukčným motorom má neporovnateľne väčšiu konštrukčnú zložitnosť a väčšiu váhu;
- Vyššie nároky na údržbu s ohľadom na komutátor. Uhlíky sú pri premenlivom napájaní viac náchylné na iskrenie, rýchlejšie sa opotrebovávajú. Iskrenie spôsobuje oveľa väčšie opotrebovanie komutátora ako je tomu pri jednosmerných strojoch.
- S ohľadom na komutátor nie sú vhodné do agresívneho, prípadne vysoko prašného prostredia.
- Horšia účinnosť;

Malé univerzálne motory sa vyrábajú bez kompenzačného a komutačného vinutia. Stator obsahuje najčastejšie dva vyjadrené póly budiaceho vinutia. Drážkové budiace vinutie sa používa len pre veľké výkony, kde by pri použití vyjadrených pólov priemer motora enormne narástol. Rotor je vinutý a vyvedený na komutátor. Počet kief komutátora je rovný počtu pólov budiaceho vinutia.

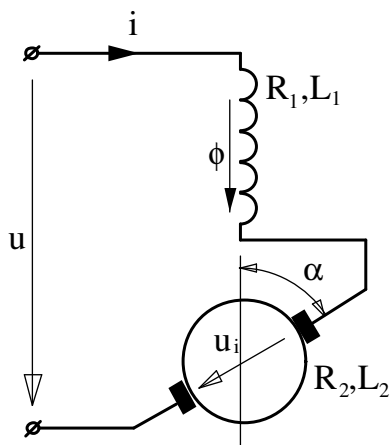
Pretože magnetické pole stroja je striedavé, je magnetický obvod vyrobený z plechov. Stator aj rotor sú zapojené do série.

2. MATEMATICKÝ MODEL

Pri matematickej analýze univerzálneho motora vychádzame z napät'ových rovníc za určitých zjednodušujúcich predpokladov:

- Predpokladáme harmonické priestorové rozloženie magnetických polí vo vzduchovej medzere;
- Zanedbávame straty v železe;
- Zanedbávame vplyv komutácie. Predpokladáme dokonale komutujúcu kotvu;

Na obrázku 2 je schéma univerzálneho dvojpólového stroja. Statorové budiace vinutie s N_1 závitmi vytvára statorový magnetický tok ϕ . Kotva má dve kedy na priemere komutátora a je voči osi budiaceho magnetického toku posunutá o uhol α . Rotor sa otáča mechanickou uhlovou rýchlosťou ω .



Obr.2. Náhradná schéma univerzálneho motora.
Fig.2. Equivalent circuit of the universal motor.

Pri napájaní motora premenlivým napätím u môžeme pre elektrický obvod motora napísať napät'ovú rovnicu:

$$u = (R_1 + R_2)i + (L_1 + L_2)\frac{di}{dt} + u_i \quad (1)$$

Kde: R_1, R_2 je odpor statora, resp. rotora stroja;
 L_1, L_2 je indukčnosť statora, resp. rotora stroja;
 u_i je vnútorné indukované napätie kotvy;

Pre vnútorné indukované napätie kotvy všeobecne platí rovnica:

$$u_i = \frac{d\psi}{dt} \quad (2)$$

Kde: ψ je spriahnutý magnetický tok kotvou, ktorý je definovaný rovnicou: $\psi = N_1\phi$.

Spriahnutý magnetický tok môžeme vyjadriť aj ako súčin vzájomnej indukčnosti medzi statorom a rotorom M a budiaceho prúdu i :

$$\psi = Mi \quad (3)$$

Pri predpoklade harmonického priestorového rozloženia magnetického poľa, bude vzájomná indukčnosť závislá na polohe rotora voči statoru podľa vzťahu:

$$M = M_{\max} \cdot \cos \alpha \quad (4)$$

Kde: M_{\max} je maximálna hodnota vzájomnej indukčnosti pri kolmej polohe medzi osou budiaceho vinutia a kotvou motora.

Spriahnutý magnetický tok kotvou je časovo premenlivý, ale závisí aj od polohy α . Jeho zmena je vyjadrená rovnicou:

$$d\psi = \frac{\partial \psi}{\partial t} dt + \frac{\partial \psi}{\partial \theta} d\theta \quad (5)$$

Kde: θ je uhol vyjadrujúci okamžitú polohu rotora.

Podľa vzťahu (1) je indukované napätie kotvy:

$$u_i = \frac{d\psi}{dt} = \frac{\partial \psi}{\partial t} + \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \frac{d\theta}{dt} \quad (6)$$

Pre dvojpólový stroj sú elektrické veličiny rovné mechanickým. Mechanická rýchlosť stroja je daná zmenou polohy podľa času:

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \quad (7)$$

Na základe predchádzajúcich vzťahov môžeme potom pre indukované napätie napísať rovnicu:

$$u_i = M \cdot \frac{\partial i}{\partial t} \cdot \cos \alpha - M \cdot i \cdot \omega \cdot \sin \alpha \quad (8)$$

Prvý člen výrazu predstavuje transformačnú zložku indukovaného napätia, druhý člen rotačnú zložku indukovaného napätia.

Elektromagnetický moment stroja môžeme vypočítať zo zmeny magnetickej energie stroja. Celková magnetická energia je daná:

$$W = \frac{1}{2} (L_1 + L_2) i^2 + i^2 M \cos \alpha \quad (9)$$

Pre okamžitú hodnotu elektromagnetického momentu platí rovnica:

$$m = \frac{\partial W}{\partial \alpha} = -i^2 \cdot M \cdot \sin \alpha \quad (10)$$

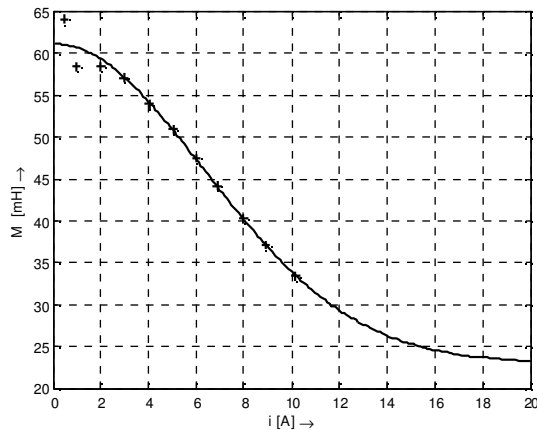
3. MODELOVANIE MAGNETIZAČNEJ KRIVKY

Pre elektromechanickú premenu v univerzálnom motore majú veľký význam indukčnosti stroja. Vlastné indukčnosti majú vplyv na veľkosť prúdu, ako aj na účinník stroja. Ich zmena vplyvom sýtenia je však zanedbateľná a nemá podstatný vplyv na zmenu vlastností stroja. V ďalšom pokladáme vlastné indukčnosti stroja za konštanty.

Naopak zmena vzájomnej indukčnosti vplyvom sýtenia nie je zanedbateľná. Jej priebeh v závislosti od prúdu stroja môžeme získať z merania naprázdno. Pre potreby výpočtov bola závislosť vzájomnej indukčnosti od budiaceho prúdu nahradená analytickým výrazom:

$$M = a_1 + a_2 \cdot e^{-a_3 i^2} \quad (11)$$

Koeficienty funkcie a_1, a_2, a_3 sú vypočítané na základe nameraných hodnôt simplexovou metódou, použitím algoritmu Nelder-Mead.



Obr.3. Závislosť vzájomnej indukčnosti od prúdu motora.
Fig.3. Mutual inductance versus current characteristic of the machine.

Na obrázku 3 je uvedený priebeh vzájomnej indukčnosti v závislosti od prúdu stroja. Vypočítané hodnoty získané z merania naprázdno pre jednotlivé prúdy stroja sú v obrázku vynesené krížikmi.

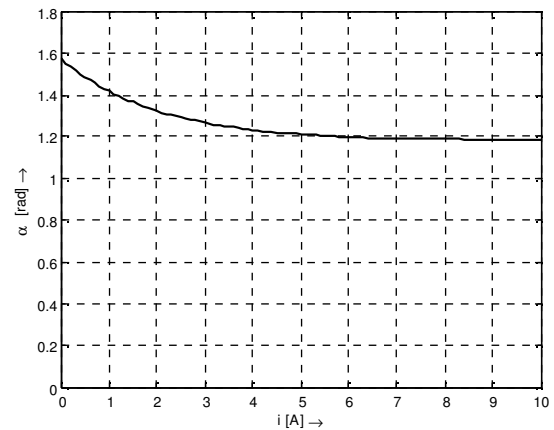
4. MODELOVANIE REAKCIE KOTVY

Statorové budiace magnetické pole je vplyvom priečného magnetického poľa kotvy deformované. Tomuto javu hovoríme reakcia kotvy. Vplyvom reakcie kotvy je neutrálna os budiaceho magnetického poľa vychýlená z neutrálnej polohy. Veľkosť deformácie poľa bola vyšetrovaná výpočtom magnetických pomerov stroja metódou konečných prvkov. Výsledky simulácií boli publikované v [1].

Vypočítaný priebeh reakcie kotvy stroja vplyvom prúdu bol pre potreby modelu nahradený exponenciálnou matematickou funkciou:

$$\alpha = a_1 + a_2 \cdot e^{-\frac{|i|}{a_3}} \quad (12)$$

Kde: a_1, a_2, a_3 sú koeficienty funkcie získané na základe hodnôt experimentálne získaných hodnôt z [1]. Na obrázku 4 je uvedený vypočítaný priebeh reakcie kotvy motora (natočenia neutrálnej osi) vo funkcii od prúdu motora.



Obr.4. Závislosť reakcie kotvy od prúdu motora.
Fig.4. Armature reaction characteristic.

5. ZOSTAVENIE SIMULAČNÉHO MODELU

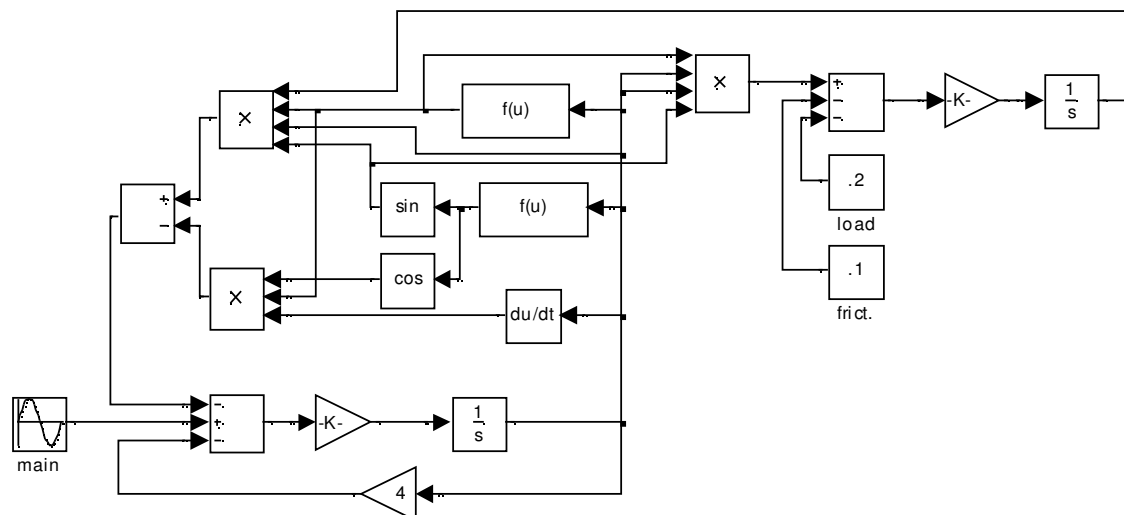
Na základe matematického popisu stroja uvedeného v predchádzajúcich kapitolách bola zostavená bloková simulačná schéma dynamického modelu univerzálneho motora. Konštanty modelu boli získané meraniami na sériovo vyrábanom dvojpólovom univerzálnom motore s parametrami:

Výkon:	800W / 230V – 50 Hz
Statorový odpor:	1,277 Ω
Statorová indukčnosť:	36,2 mH
Rotorový odpor:	1,564 Ω
Rotorová indukčnosť:	19,4 mH
Moment zotrvačnosti:	7,061.10 ⁻⁴ kgm ²
Trečí moment:	0,1 Nm

Prúd motora bol vypočítaný na základe rovnice (1) podľa vzťahu:

$$i = \frac{1}{L_1 + L_2} \int [u - (R_1 + R_2)i - u_i] dt \quad (13)$$

Na základe hodnoty prúdu je vypočítaná veľkosť vzájomnej indukčnosti (11) a uhla reakcie kotvy (12).



Obr.5. Simulačný model motora.
Fig.5. Simulation model of the motor.

Z nich a z veľkosti rýchlosti stroja sa určí hodnota indukovaného napätia podľa (8).

Elektromagnetický moment je vypočítaný podľa rovnice (10). Po odčítaní trecieho a záťažového momentu dostaneme dynamický moment stroja:

$$m_d = m - m_p - m_f \tag{14}$$

Rýchlosť motora je vypočítaná z pohybovej rovnice:

$$\omega = \frac{1}{J} \int m_d dt \tag{15}$$

Kde: J je moment zotrvačnosti rotora motora. Na obrázku 5 je uvedená bloková schéma simulačného modelu univerzálneho motora, zostavená na základe simulačného programu Matlab-Simulink.

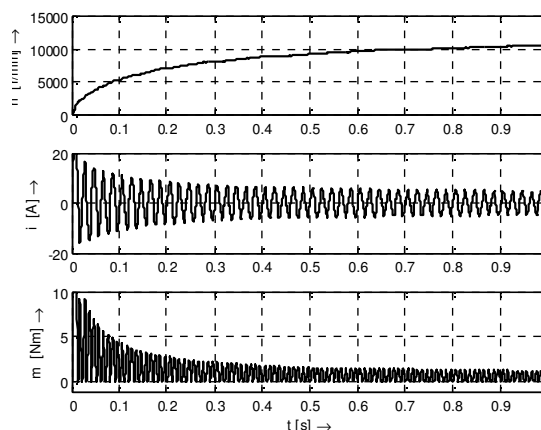
6. VÝSLEDKY SIMULÁCIÍ

Pomocou simulačného modelu boli vyšetřované dynamické ale aj statické stavy motora. Získané hodnoty statických stavov sú porovnávané s nameranými hodnotami na motore.

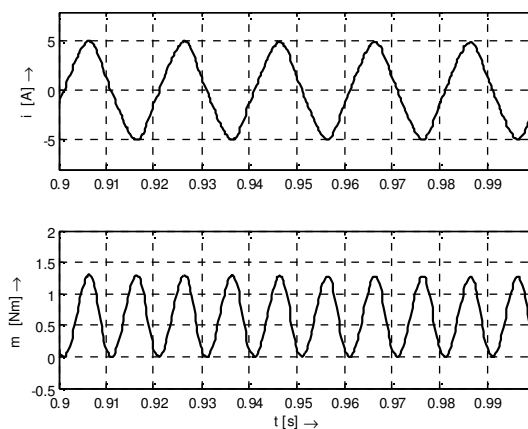
Na obrázku 6. je uvedený priebeh rýchlosti, momentu a prúdu motora priamym pripojením na sieťové napätie 230V/50Hz. Motor sa rozbieha so záťažovým momentom 0,5Mm.

Elektromagnetický moment stroja má vďaka harmonickému napájaniu harmonický priebeh a pulzuje s dvojnásobnou frekvenciou ako je frekvencia napájacieho prúdu motora.

Na obrázku 7 je uvedený detail priebehu prúdu a elektromagnetického momentu v ustálenom stave. Motor beží konštantnou rýchlosťou 10500ot/min.



Obr.6. Rozbeh motora.
Fig.6. Starting of the motor.

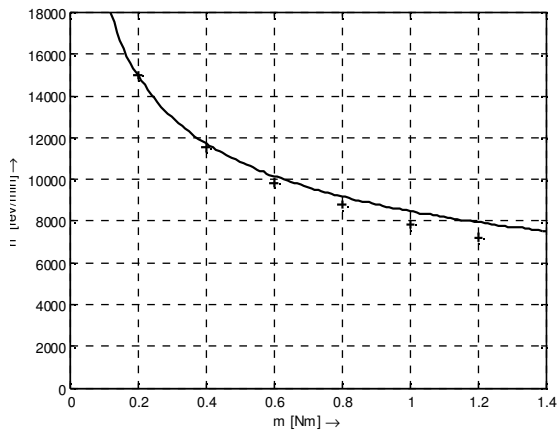


Obr.7. Priebeh prúdu a momentu v ustálenom stave.
Fig.7. Waveforms of the current and torque in steady state.

7. EXPERIMENTÁLNE VÝSLEDKY

Zo simulačného dynamického modelu univerzálneho motora bola pre ustálené stavy zosnímaná otáčková a prúdová charakteristika. Tieto hodnoty sa v ďalšom porovnávali s hodnotami nameranými na reálnom univerzálnom motore.

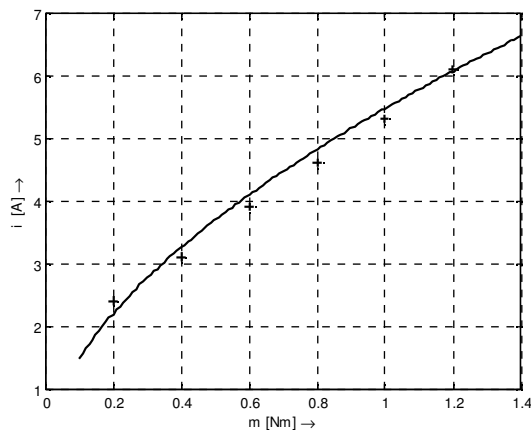
Na obrázku 8 je uvedený vypočítaný priebeh otáčkovej charakteristiky stroja z modelu. V priebehu sú vynesené aj namerané hodnoty. Tieto sú v grafe označené krížikom.



Obr.8. Otáčková charakteristika motora.

Fig.8. The torque- speed characteristic.

Na obrázku 9 je uvedený vypočítaný priebeh prúdovej charakteristiky stroja z modelu s vynesenými nameranými hodnotami. Namerané hodnoty sú opäť uvedené s krížikom.



Obr.9. Prúdová charakteristika motora.

Fig.9. The torque- current characteristic.

8. ZÁVER

V článku je uvedený dynamický model univerzálneho komutátorového motora ktorý je napájaný harmonickým sieťovým napätím. Blokova schéma bola zostavená zavedením nelinearit zohľadňujúcich reakciu kotvy a sýtenie motora. Model bol realizovaný pomocou simulačného programu Matlab-Simulink. Výstupné statické hodnoty otáčok a prúdu pre rôzne hodnoty záťažového momentu boli porovnané s hodnotami nameranými na motore. Možno konštatovať, že model s dostatočnou presnosťou odpovedá reálnemu stroju.

Pod'akovanie

Práca vznikla vďaka finančnej podpore Vedeckej grantovej agentúry Slovenskej republiky. Problematika bola riešená v rámci výskumnej úlohy č. 1/2178/05.

LITERATÚRA

- [1] Ferková, Ž., Fedor, J., Dupej, J.: *Vplyv rozloženia magnetického poľa na komutáciu jednofázového komutátorového motora*; Elektrotechnika v praxi, No: 1-2, pp.44-45, 2004, Česká republika.
- [2] Bašta, J., Chládek, J., Mayer, I.: *Teória elektrických strojů*; SNTL, Alfa, 1968, Praha.
- [3] Michalík, J., Šimko, M., Šebök, M., Chupáč, M.: *Diagnostics of Electric Machines*; ELEKTRO'97, 23.- 24.6.1997, pp.101-104, ŽU Žilina.
- [4] Hrabovcová, V., Rafajdus, P., Franko, M., Hudák, P.: *Meranie a modelovanie elektrických strojů*; Žilinská univerzita, 2004