

## PRECHODNÉ STAVY TELEKOMUNIKAČNEJ SIETE TRANSITION STATES OF TELECOMMUNICATION NETWORK

Andrej Súlovec\*, Gustáv Čepčiansky\*\*

\* Orange Slovensko, a.s., Dolná 10, 974 01 Banská Bystrica

\*\* Žilinská univerzita Žilina, katedra telekomunikácií

**Abstrakt** Návrh veľkosti a prevádzka telekomunikačnej siete sa uskutočňuje v súlade s teóriou hromadnej obsluhy, a to vždy tak, že sa berie do úvahy ustálený stav siete. Vzorce k tomu sú všeobecne známe. No prejavy siete v neustálenom (prechodnom) stave sú už menej známe. V tomto článku by sme chceli pripomenúť správanie sa siete v neustálenom stave a poukázať na praktické dôsledky prechodných stavov.

**Summary** The dimensioning and performance of the telecommunication network take place according to the theory of teletraffic always taking into account the stable state. But the utterance of the network being in an unstable state is less known. In this paper, we would like to remind the network performance in the unstable state and to draw attention to the practical consequences of transition states.

### 1. PRECHODNÉ STAVY

Čo sa myslí pod prechodnými stavmi siete? Je to predovšetkým podchytenie vývoja náhodného procesu v čase. Uvažujme 3 rôzne prípady, ktoré sa môžu vyskytnúť v telekomunikačnej sieti alebo v jej časti:

- (i) Vo vetve siete medzi dvoma obslužnými uzlami sa odbavujú volania, ktoré vytvárajú prevádzkové zaťaženie o určitej veľkosti, ktorého priemerná hodnota je  $A$ . Náhle pre volania v tejto časti siete vypadne signalizačný kanál spoločnej signalizácie CCS 7. Znamená to, že nové volania v tejto časti siete už nebudú môcť nabiehať a práve prebiehajúce volania budú postupne ukončované na základe záverových kritérií od volajúcich účastníkov, po príjme ktorých vo volajúcom obslužnom uzle prebiehajú časové kontroly, ktoré vytvorené spojenia postupne rušia (v dôsledku zlyhania spoločného signalizačného kanála totiž nie je možné prenášať záverové kritériá pre uvoľnenie okruhu a jeho potvrdenie). Zaujímá nás, za aký čas dôjde k úplnému utlmeniu prevádzky v danej vetve siete.
- (ii) Po istom čase je porucha signalizačného kanála odstránená a prevádzka medzi obslužnými uzlami je opäť možná. Zaujímá nás, za aký čas dosiahne prevádzka na danej vetve siete znovu pôvodnú hodnotu.
- (iii) Medzi týmito dvoma medznými prípadmi je možný aj tretí prípad. Po výpadku určitej časti siete, napríklad tak, ako je to uvedené v bode (i), je prevádzka z tejto časti (vetvy) siete presmerovaná na inú vetvu v sieti, ktorá prenáša zaťaženie  $A$ . Zaujímá nás, za aký čas sa ustáli prevádzka na novej, vyššej hodnote zaťaženia v tejto inej vetve siete, na ktorú sú presmerovávané volania z vypadnutej trasy, alebo čas, za ktorý prevádzka v tejto vetve siete poklesne opäť na pôvodnú hodnotu  $A$ , keď už volania z porúchanej vetvy prestanú byť na ňu presmerovávané.

### 2. ZÁKLADNÉ PREDPOKLADY

Predpokladom k tomu, aby pri riešení prechodného stavu v nejakej časti telekomunikačnej siete bolo možné dospieť k vyjadriteľným výsledkom je, aby proces obsluhy volaní v sieti vykazoval vlastnosti Markovovho náhodného procesu. Našťastie tieto vlastnosti hromadná obsluha volaní v telekomunikačnej sieti má.

Markovov náhodný proces musí mať tieto vlastnosti:

- a) Budúci vývoj procesu je určený len okamžitým stavom a nezávisí na tom, ako sa do tohto stavu proces dostal.
- b) Pravdepodobnosť výskytu 1 zmeny za dostatočne malý časový okamih  $\Delta t$  bude úmerná trvaníu tohto okamihu a nezávisí od toho, v ktorom čase  $t$  sa táto zmena vyskytla (proces je ustálený).
- c) Pravdepodobnosť výskytu viac ako 1 zmeny v stave procesu za ľubovoľne krátky časový okamih je nulová.

K tomu pridáme ďalšie predpoklady:

- d) Počet zdrojov ponúkajúcich volania na obsluhu v sieti je veľmi veľký (teoreticky nekonečný), takže intenzita volaní (priemerný počet volaní za jednotku času)  $A$  nebude závisieť od počtu zdrojov zaťaženia, ktoré sú práve v obsluhu spojení, čiže od počtu obsadených okruhov na trase.
- e) Počet ukončených volaní za jednotku času závisí od počtu obsadených okruhov na prenosovej trase.
- f) Vetva siete medzi obslužnými uzlami obsahuje  $n$  obslužných kanálov (okruhov), ktorý je dostatočne veľký na to, aby pravdepodobnosť odmietnutia obsluhy volaní vo vetve (pravdepodobnosť blokovania) bola zanedbateľne malá, takže všetko ponúkané zaťaženie  $A$  sa aj obslúži (bude prenesené).

### 3. ZÁKLADNÉ ROVNICE

Pri zohľadňovaní podmienok a) až c) z predošlej kapitoly je základná sústava rovníc Markovovho náhodného procesu daná vzťahom [1]:

$$\mathbf{p}'(t) = \mathbf{p}(t) \cdot \mathbf{A}, \quad (1)$$

kde

$$\mathbf{p}'(t) = [p'_0(t) \ p'_1(t) \ \dots \ p'_i(t) \ \dots \ p'_n(t) \ \dots]$$

je vektor časových derivácií rozdelenia pravdepodobností obsadenia okruhov v čase  $t$ ,

$$\mathbf{p}(t) = [p_0(t) \ p_1(t) \ \dots \ p_i(t) \ \dots \ p_n(t) \ \dots]$$

je vektor rozdelenia pravdepodobností obsadenia okruhov v čase  $t$  a

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -a_{00} & a_{01} & \Lambda & a_{0i} & \Lambda & a_{0j} & \Lambda & a_{0n} & \Lambda \\ a_{10} & -a_{11} & \Lambda & a_{1i} & \Lambda & a_{1j} & \Lambda & a_{1n} & \Lambda \\ \mathbf{M} & \mathbf{M} & \Lambda & \mathbf{M} & \Lambda & \mathbf{M} & \Lambda & \mathbf{M} & \Lambda \\ a_{i0} & a_{i1} & \Lambda & -a_{ii} & \Lambda & a_{ij} & \Lambda & a_{in} & \Lambda \\ \mathbf{M} & \mathbf{M} & \Lambda & \mathbf{M} & \Lambda & \mathbf{M} & \Lambda & \mathbf{M} & \Lambda \\ a_{j0} & a_{j1} & \Lambda & a_{ji} & \Lambda & -a_{jj} & \Lambda & a_{jn} & \Lambda \\ \mathbf{M} & \mathbf{M} & \Lambda & \mathbf{M} & \Lambda & \mathbf{M} & \Lambda & \mathbf{M} & \Lambda \\ a_{n0} & a_{n1} & \Lambda & a_{ni} & \Lambda & a_{nj} & \Lambda & -a_{nn} & \Lambda \\ \mathbf{M} & \mathbf{M} & \Lambda & \mathbf{M} & \Lambda & \mathbf{M} & \Lambda & \mathbf{M} & \Lambda \end{pmatrix}$$

je matica intenzít pravdepodobností prechodu.

### 4. NARASTANIE NÁHODNÉHO PROCESU Z NULOVÉHO STAVU NA USTÁLENÚ HODNOTU

Uvažujme s takou vetvou medzi dvoma uzlami v sieti, ktorá má veľmi veľký počet okruhov  $n$  (teoreticky  $n \rightarrow \infty$ ) vzhľadom k veľkosti zaťaženia  $A$  ponúkaného na túto vetvu siete. V čase  $t = 0$  nie je na tejto vetve žiadna prevádzka. V tom istom okamihu začínajú na ňu nabiehať volania. Za aký čas sa prevádzka na tejto vetve siete ustáli?

Odpoveď na túto otázku dáva riešenie rovnice (1), keď na danú vetvu siete nabiehajú volania a súčasne sa aj obsluhujú (sú ukončované). Pre prvky matice intenzít pravdepodobností prechodu v tomto prípade platí [1]:

$$a_{00} = \Lambda,$$

$$a_{ij} = \begin{cases} \Lambda & \dots \dots \dots j = i + 1 \\ i\mu & \dots \dots \dots j = i - 1 \\ \Lambda + i\mu & \dots \dots \dots j = i \\ 0 & \dots \dots \dots |j - i| > 1 \end{cases},$$

pre  $i = 0, 1, 2, \dots, n, \dots$ , kde konštanty  $\Lambda$  a  $\mu$  vyhovujú podmienkam d) a e) a

$$\mu = \frac{1}{t}$$

je priemerný počet uvoľnení 1 okruhu za jednotku času, takže  $\bar{t}$  je priemerná doba obsadenia okruhu.

Pomer

$$A = \frac{\Lambda}{\mu} = \Lambda \bar{t}$$

je zaťaženie ponúkané na uvažovanú vetvu siete medzi dvoma obslužnými uzlami.

Zaveďme ešte bezrozmernú veličinu

$$x = \frac{t}{\bar{t}} = \mu t,$$

ktorá znamená pomerný čas.

Takto obdržime nekonečnú sústavu diferenciálnych rovníc tvaru:

$$\left. \begin{aligned} p'_0(t) &= -\Lambda p_0(t) & + 1\mu p_1(t) \\ p'_1(t) &= \Lambda p_0(t) & - (\Lambda + 1\mu) p_1(t) & + 2\mu p_2(t) \\ & \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} \\ p'_i(t) &= \Lambda p_{i-1}(t) & - (\Lambda + i\mu) p_i(t) & + (i+1)\mu p_{i+1}(t) \\ & \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} \\ p'_j(t) &= \Lambda p_{j-1}(t) & - (\Lambda + j\mu) p_j(t) & + (j+1)\mu p_{j+1}(t) \\ & \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} \\ p'_n(t) &= \Lambda p_{n-1}(t) & - (\Lambda + n\mu) p_n(t) & + (n+1)\mu p_{n+1}(t) \\ & \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} \end{aligned} \right\} (2)$$

Táto nekonečná sústava diferenciálnych rovníc sa dá vyriešiť pomocou vytvárajúcej funkcie

$$G(t, s) = \sum_{i=0}^{\infty} p_i(t) \cdot s^i \quad (3)$$

tak, že každú  $i$ -tu rovnicu sústavy (2),  $i = 0, 1, 2, \dots$  vynásobíme  $s^i$  a potom všetky rovnice sčítame, čím dostaneme lineárnu homogénnu parciálnu diferenciálnu rovnicu:

$$\frac{\partial G(t, s)}{\partial t} - \mu(1-s) \frac{\partial G(t, s)}{\partial s} = -\Lambda(1-s)G(t, s) \quad (4)$$

Na riešenie prechodného stavu, keď náhodný proces narastá z nuly na ustálenú hodnotu, platia pre túto rovnicu počiatočné podmienky  $t = 0$  a  $p_0(0) = 1$ . Vtedy riešenie rovnice (4) je:

$$G(t, s) = e^{-\frac{\Lambda}{\mu}(1-s)(1-e^{-\mu t})}$$

Vytvárajúcu funkciu  $G(t, s)$   $i$ -krát zderivujeme podľa  $s$ , aby sme dospeli k vyjadreniu  $p_i(t)$ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial^i G(t, 0)}{\partial s^i} &= \frac{\partial^i}{\partial s^i} \left[ \sum_{i=0}^{\infty} p_i(t) s^i \right]_{s=0} = i! p_i(t), \\ p_i(t) &= \frac{1}{i!} \frac{\partial^i}{\partial s^i} \left[ e^{-\frac{\Lambda}{\mu}(1-s)(1-e^{-\mu t})} \right]_{s=0} = \frac{1}{i!} \left[ \frac{\Lambda}{\mu} (1-e^{-\mu t}) \right]^i e^{-\frac{\Lambda}{\mu}(1-e^{-\mu t})} = \\ &= \frac{[\Lambda(1-e^{-x})]^i}{i!} e^{-\Lambda(1-e^{-x})}. \end{aligned}$$

Pre ustálený stav, ktorý nastane v čase  $t \rightarrow \infty$ , platí:

$$p_i = p_i(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} p_i(t) = \frac{A^i}{i!} e^{-A},$$

čo je Poissonovo rozdelenie.

Urobme pomer

$$r = \frac{p_i(t)}{p_i} = (1 - e^{-x})^i \cdot e^{Ae^{-x}}, \quad (5)$$

ktorý charakterizuje nárast náhodného procesu na jeho ustálenú hodnotu v závislosti na pomernom čase  $x$ .

Nech  $i$  je priemerný počet obsadených okruhov v ustálenom stave. Tento priemerný počet je rovný prenášanému prevádzkovému zaťaženiu. Ak je dodržaná podmienka f), je prenášané zaťaženie rovné ponúkanému zaťaženiu a platí, že  $i = A$ . Potom

$$r = \left[ (1 - e^{-x}) \cdot e^{e^{-x}} \right]^A.$$

Na obr. 1 je vynesená závislosť pomerného času  $x$  od veľkosti prenášaného prevádzkového zaťaženia  $A$ , pre hodnotu  $r = 0,9$ , t.j. keď proces dosiahne 90 % svojej priemernej hodnoty po úplnom ustálení v čase  $t \rightarrow \infty$  (čiara s krížikmi). Ak budeme predpokladať priemernú dobu obsadenia 1 okruhu  $\bar{t} = 1$  minúta, potom hodnoty  $x$  na obr.1 podľa čiary s krížikmi udávajú čas v minútach, počas ktorého náhodný proces narastie z 0 na ustálenú hodnotu  $A$ .

### 5. ZÁNİK NÁHODNÉHO PROCESU

Nech vetva siete medzi dvoma obslužnými uzlami s  $n$  okruhmi obsluhuje volania s priemernou hustotou uvoľnení jedného obslužného kanála  $\mu$ , keď náhle v čase  $t = 0$  vypadne signalizačný kanál, takže nové volania už nebudú môcť nabiehať a práve prebiehajúce volania budú postupne ukončované až do úplného zániku prevádzky [prípád (i) v kapitole 1]. Vtedy je  $A = 0$  a sústava (2) bude mať tvar:

$$\left. \begin{aligned} p'_0(t) &= 1\mu p_1(t) \\ p'_1(t) &= -1\mu p_1(t) + 2\mu p_2(t) \\ &\quad \text{M} \quad \text{M} \quad \text{M} \\ p'_i(t) &= -i\mu p_i(t) + (i+1)\mu p_{i+1}(t) \\ &\quad \text{M} \quad \text{M} \quad \text{M} \\ p'_j(t) &= -j\mu p_j(t) + (j+1)\mu p_{j+1}(t) \\ &\quad \text{M} \quad \text{M} \\ p'_n(t) &= -n\mu p_n(t) \end{aligned} \right\}.$$

Aj túto sústavu riešime pomocou vytvárajúcej funkcie

$$G_n(t, s) = \sum_{i=0}^n p_i(t) \cdot s^i,$$

čím dostaneme parciálnu diferenciálnu rovnicu

$$-\frac{\partial G_n(t, s)}{\partial t} + \mu(1-s) \frac{\partial G_n(t, s)}{\partial s} = 0.$$

Jej riešenie pri počiatočných podmienkach  $t = 0$ ,  $p_n(0) = 1$  (pozri [2]) je:

$$\begin{aligned} G_n(t, s) &= [1 - (1-s) \cdot e^{-\mu t}]^n = e^{-n\mu t} [(e^{\mu t} - 1) + s]^n = \\ &= \sum_{i=0}^n e^{-n\mu t} \binom{n}{i} (e^{\mu t} - 1)^{n-i} s^i. \end{aligned}$$

Odtiaľ

$$p_i(t) = \binom{n}{i} (e^{\mu t} - 1)^{n-i} \cdot e^{-n\mu t}.$$

Po algebraických úpravách dospejeme k výrazu

$$p_i(t) = \binom{n}{i} (e^{-x})^i \cdot (1 - e^{-x})^{n-i}.$$

Pre  $i = 0$  máme:

$$p_0(t) = (1 - e^{-x})^n.$$

Zaveďme pomer

$$q = 1 - \frac{p_0(t)}{p_0(\infty)} = 1 - \frac{(1 - e^{-x})^n}{1} = 1 - (1 - e^{-x})^n,$$

ktorý charakterizuje postupné zanikanie náhodného procesu až na nulovú hodnotu v závislosti od pomerného času  $x$ . Odtiaľ priamo vyjadríme  $x$  ako funkciu  $n$ :

$$x = \ln \frac{1}{1 - \sqrt[n]{1 - q}}, \quad (6)$$

ktorá je vynesená na obr. 1 (čiara s krúžkami) pre hodnotu  $q = 0,1$ , t.j. keď proces poklesne o 90 % zo svojej priemernej ustálenej hodnoty. Ak budeme predpokladať priemernú dobu obsadenia 1 okruhu  $\bar{t} = 1$  minúta, potom hodnoty  $x$  na obr. 1 podľa čiary s krúžkami udávajú čas v minútach, počas ktorého dôjde k zániku prevádzky.

### 6. PRECHOD NÁHODNÉHO PROCESU Z NIŽŠIEHO USTÁLENÉHO STAVU NA VYŠŠÍ

Nech vetva siete spájajúca 2 obslužné uzly prenáša zaťaženie  $A$  s priemerným počtom  $i$  obsadených okruhov ( $i = A$ ). Nech v čase  $t = 0$  je náhle prerušená prevádzka na inej vetve siete a všetky volania z tejto prerušenej vetvy sú presmerovávané na fungujúcu vetvu s počtom  $i$  obsadených okruhov. V dôsledku presmerovania volaní z porúchanej vetvy na fungujúcu vetvu postupne vzrastie intenzita volaní na fungujúcej vetve o hodnotu  $\Delta A$ , čo vyvolá postupný nárast prevádzky o hodnotu  $\Delta A$  s počtom  $j$  obsadených okruhov ( $j = A + \Delta A$ ). Hustota uvoľnení okruhu sa pritom nezmení a zostane  $\mu$ . Zaujímá nás časový priebeh tohto prechodného stavu v sieti.

Pri riešení rovnice (4) tomuto stavu zodpovedajú počiatočné podmienky  $t = 0$  a  $p_i(0) = 1$ . Za týchto počiatočných podmienok má rovnica (4) riešenie (pozri [3]):

$$G(t, s) = e^{-\frac{\Lambda + \Delta\Lambda}{\mu}(1-s)(1-e^{-\mu t})} \cdot (1 - e^{-\mu t} + s e^{-\mu t})^i.$$

Exponenciálnu funkciu s parametrom  $s$  rozpíšeme pomocou Mac Laurinovho radu a výraz v zátvorke pomocou binomického vzorca:

$$G(t, s) = e^{-\frac{\Lambda + \Delta\Lambda}{\mu}(1-e^{-\mu t})} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\left[ \frac{\Lambda + \Delta\Lambda}{\mu}(1-e^{-\mu t})s \right]^k}{k!} \times$$

$$\times \sum_{v=0}^i \binom{i}{v} (1 - e^{-\mu t})^{i-v} \cdot (s e^{-\mu t})^v =$$

$$= e^{-\frac{\Lambda + \Delta\Lambda}{\mu}(1-e^{-\mu t})} \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{v=0}^i \frac{\left( \frac{\Lambda + \Delta\Lambda}{\mu} \right)^k (1 - e^{-\mu t})^k}{k!} \times$$

$$\times \binom{i}{v} (1 - e^{-\mu t})^{i-v} \cdot e^{-v\mu t} \cdot s^{k+v} =$$

$$= e^{-\frac{\Lambda + \Delta\Lambda}{\mu}(1-e^{-\mu t})} \times$$

$$\times \sum_{j=0}^{\infty} \left[ \sum_{v=0}^{\min\{i, j\}} \frac{\binom{i}{v} \left( \frac{\Lambda + \Delta\Lambda}{\mu} \right)^{j-v} (1 - e^{-\mu t})^{j+i-2v} e^{-v\mu t}}{(j-v)!} \right] s^j.$$

Odtiaľ porovnaním so vzťahom (3) pre vytvárajúcu funkciu dostaneme, že

$$p_j(t) = e^{-(\Lambda + \Delta\Lambda)(1-e^{-x})} \times \sum_{v=0}^{\min\{i, j\}} \frac{\binom{i}{v} (\Lambda + \Delta\Lambda)^{j-v} (1 - e^{-x})^{j+i-2v} e^{-vx}}{(j-v)!}. \quad (7)$$

Aj v tomto prípade pre  $t \rightarrow \infty$  platí:

$$p_j = p_j(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} p_j(t) = \frac{(\Lambda + \Delta\Lambda)^j}{j!} e^{-(\Lambda + \Delta\Lambda)}. \quad (8)$$

Uvažujme so 100 % prírastkom prevádzky ( $\Delta\Lambda = A$ ) a urobme pomer

$$r = \frac{p_j(t)}{p_j} = e^{-2A(1-e^{-x})} \times$$

$$\times \frac{\sum_{v=0}^A \binom{A}{v} (2A)^{2A-v} (1 - e^{-x})^{3A-2v} e^{-vx}}{(2A-v)!} =$$

$$\frac{(2A)^{2A} e^{-2A}}{(2A)!} =$$

$$= (2A)! \cdot \left[ (1 - e^{-x})^3 \cdot e^{2e^{-x}} \right]^A \sum_{v=0}^A \frac{\binom{A}{v}}{\left( 8A \cdot \sinh^2 \frac{x}{2} \right)^v (2A-v)!}.$$

Priebeh postupnej zmeny ustáleného prevádzkového stavu po náhlom 100 % zvýšení vstupných hodnôt zaťaženia  $A$  na prenosovej trase udáva čiara s trojuholníkmi na obr. 1 ako závislosť pomerného času  $x$  od veľkosti zaťaženia  $A$  pre hodnoty  $r = 0,9$ .

## 7. PRECHOD NÁHODNÉHO PROCESU Z VYŠŠIEHO USTÁLENÉHO STAVU NA NIŽŠÍ

Nech vetva siete spájajúca 2 obslužné uzly a obsluhujúca okrem vlastných volaní aj volania z vetvy, na ktorej je prerušená prevádzka, prenáša zaťaženie  $2A$  s priemerným počtom  $j = 2A$  obsadených okruhov. Nech je v čase  $t = 0$  náhle obnovená prevádzka na porúchanej vetve, takže nové volania prestanú byť presmerovávané na vetvu so zaťažením  $2A$ , čo vyvolá pokles intenzity volaní o hodnotu  $\Delta\Lambda$  a prevádzka na tejto vetve postupne poklesne o  $\Delta\Lambda$  na hodnotu  $i = 2A - \Delta\Lambda$  s priemerným počtom  $i$  obsadených okruhov. Zaujímá nás časový priebeh tohto prechodného stavu v sieti.

Použijeme vzorce (7) a (8) s tým, že zameníme  $i$  za  $j$  a namiesto  $A + \Delta\Lambda$  bude  $2A - \Delta\Lambda$ :

$$p_i(t) = e^{-(2A - \Delta\Lambda)(1-e^{-x})} \times \sum_{v=0}^{\min\{j, i\}} \frac{\binom{j}{v} (2A - \Delta\Lambda)^{i-v} (1 - e^{-x})^{i+j-2v} e^{-vx}}{(i-v)!}$$

$$p_i = p_i(\infty) = \frac{(2A - \Delta\Lambda)^i}{i!} e^{-(2A - \Delta\Lambda)}.$$

Uvažujme so 100 % úbytkom prevádzky ( $-\Delta\Lambda = -A$ ) a dajme do pomeru

$$r = \frac{p_i(t)}{p_i} = e^{-A(1-e^{-x})} \times \sum_{v=0}^A \frac{\binom{2A}{v} A^{A-v} (1 - e^{-x})^{3A-2v} e^{-vx}}{(A-v)!} =$$

$$\frac{A^A}{A!} e^{-A}$$

$$= A! \left[ (1 - e^{-x})^3 e^{e^{-x}} \right]^A \sum_{v=0}^A \frac{\binom{2A}{v}}{\left( 4A \cdot \sinh^2 \frac{x}{2} \right)^v (A-v)!}$$

Priebeh postupnej zmeny ustáleného prevádzkového stavu po náhlom 100 % znížení vstupných hodnôt zaťaženia  $A$  na prenosovej trase udáva čiara so štvorčkami na obr. 1 ako závislosť pomerného času  $x$  od veľkosti zaťaženia  $A$  pre hodnoty  $r = 0,9$ .

### 8. DISKUSIA VÝSLEDKOV

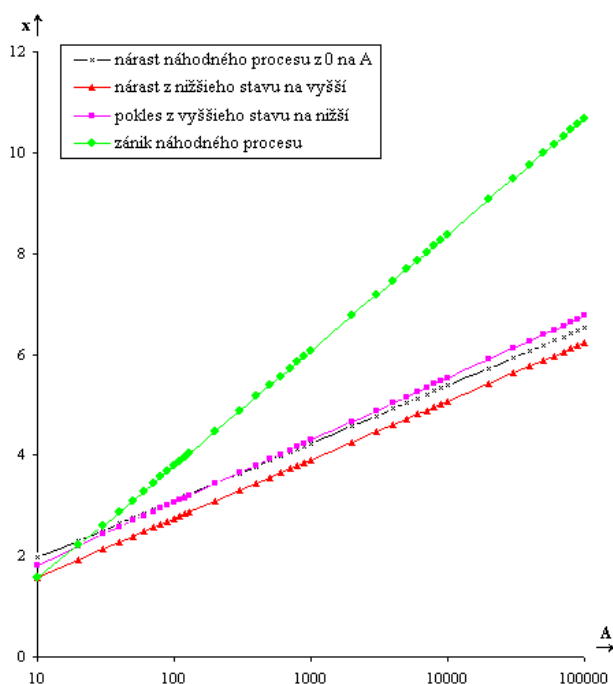
Čo do tvaru sa všetky priebehy na obr. 1 od seba nelíšia. Rozdiel je iba kvantitatívny, a síce v tom, že zánik alebo pokles náhodného procesu na nižšiu ustálenú hodnotu trvá dlhšie než jeho nárast na vyššiu ustálenú hodnotu z nulového alebo z nižšieho ustáleného stavu.

Číselné hodnoty priebehov na obr. 1 udáva tab. 1.

Tab. 1 Trvanie prechodných stavov náhodného procesu pre  $r = 0,9$

Druh zmeny	$A$ [erl] resp. $n$				
	10	100	1 000	10 000	100 000
narastanie	2,0	3,1	4,2	5,4	6,5
zmena nahor	1,6	2,7	3,9*	5,1*	6,2*
zmena nadol	1,8	3,0	4,3*	5,5*	6,7*
zánik	1,6	3,8	6,1	8,4	10,7

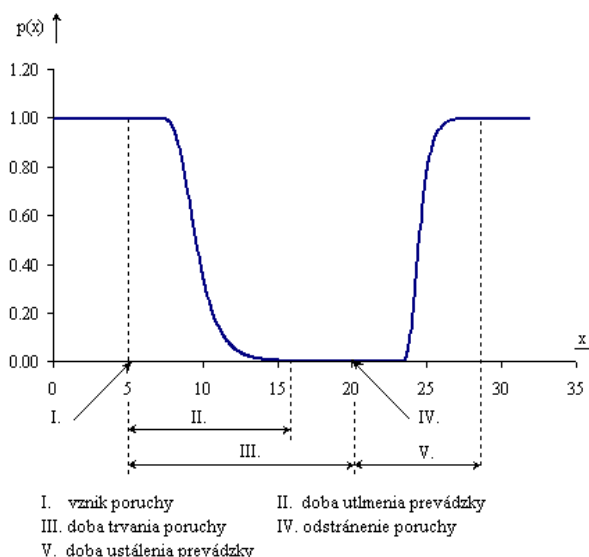
\*) Hodnoty, ktoré museli byť extrapolované v dôsledku prekročenia výpočtovej kapacity počítača.



Obr. 1 Trvanie prechodných stavov náhodného procesu pre  $r = 0,9$

Vyčíslené hodnoty na obr. 1 a v tab. 1 nájdu praktické uplatnenie napríklad v prípade uvedenom v odstavci (iii), keď po výpadku určitej časti siete má byť prevádzka presmerovaná na inú vetvu v sieti, ktorá je ale v tom čase už plne vytážená. Vtedy by presmerovaním došlo k zahltaniu tejto vetvy siete, takže prevádzkovateľ má relatívny čas, uvedený na obr. 1 (čiara s trojuholníkmi) a v tab. 1 (2. riadok), k tomu, aby prijal také opatrenia v riadení siete, aby prevádzka z vypadnutej časti siete bola presmerovaná na inú, menej zaťaženú vetvu siete.

Na obr. 2 je znázornený priebeh postupného zánikania prevádzkového zaťaženia na vetve siete pri výskytke poruchy signalizácie a tiež postupný nárast prevádzkového zaťaženia až do jeho ustálenej hodnoty po tom, ako bola porucha odstránená. Krivka poklesu zodpovedá vzťahu (6) pre  $q = 0,01$  a  $A = 10\ 000$  okruhov. Krivka nárastu zodpovedá vzťahu (5) pre  $r = 0,99$  a  $A = 10\ 000$  erl.



Obr. 2 Zánik a opätovný nárast prevádzky

### LITERATÚRA

[1] SVEŠNIKOV, A. A.: Sbíрка úloh z teorie pravděpodobnosti, matematické statistiky a teorie náhodných funkcí. SNTL Praha, 1971

[2] PIATKA, L.: Markovove procesy. Alfa Bratislava, 1981

[3] KALAS, J.: Markovove reťazce. Univerzita Komenského Bratislava, 1993

[4] SÚLOVEC, A.: Predpovedanie náhodných procesov v technickej a ekonomickej praxi telekomunikácií. Dizertačná práca, Žilinská univerzita Žilina, 2004